f est continue à droite et à gauche en (-1) , d'où : f est continue en (-1)

continuité en 1

f(1) = 0

* $\lim_{x \to 1^-} f(x) = \lim_{x \to 1^-} (x^2 - 1) = 0 = f(1)$

* $\lim_{x \to 1^+} f(x) = \lim_{x \to 1^+} 2\sin(x-1) = 0 = f(1)$

f est continue à droite et à gauche en 1 , d'où : *f est continue en 1*

2) dérivabilité en (-1)

* $\lim_{x \to (-1)^-} \frac{f(x)-f(-1)}{x+1} = \lim_{x \to (-1)^-} \frac{\sqrt{-x-1}}{x+1} = \lim_{x \to (-1)^-} \frac{-(x+1)}{(x+1)\sqrt{-x-1}}$

$= \lim_{x \to (-1)^-} \frac{-1}{\sqrt{-x-1}} = -\infty$; f n'est pas dérivable en (-1)

dérivabilité en 1

* $\lim_{x \to 1^-} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} = \lim_{x \to 1^-} \frac{x^2-1}{x-1} = \lim_{x \to 1^-} (x+1) = 2 = f'_g(1)$

* $\lim_{x \to 1^+} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} = \lim_{x \to 1^+} \frac{2\sin(x-1)}{x-1}$; on pose : $X = x - 1$

$\lim_{X \to 0^+} \frac{2\sin X}{X} = 2 = f'_d(1)$

f est dérivable à droite et à gauche en 1 et $f'_g(1) = f'_d(1) = 2$, d'où : f est dérivable en 1 et $f'(1) = 2$

3) * la fonction $x \mapsto -x - 1$ est dérivable et strictement positive sur]-∞,-1[

D'où : f est dérivable sur]-∞,-1[

* la fonction $x \mapsto x^2 - 1$ est dérivable sur IR , en particulier sur]-1,1[

d'où : f est dérivable sur]-1,1[

* la fonction $x \mapsto 2\sin(x-1)$ est dérivable sur IR ,

en particulier sur] 1,+∞[, d'où : f est dérivable sur] 1,+∞[.

EXERCICE№8

1) $f(x) = x^5 - 2x^3 + 3x + 4$

$f'(x) = 5x^4 - 6x^2 + 3$

$f''(x) = 20x^3 - 12x$

$f^{(3)}(x) = 60x^2 - 12$

$f^{(4)}(x) = 120x$

$f^{(5)}(x) = 120$

$f^{(n)}(x) = 0$ pour $n \geq 6$

2) $f(x) = \cos x + \sin x$